

Trabalho 2:

**Controlo de Seguimento e Estimação de Estado**

Professor responsável: Paulo Gil

João Carvalho nº 49341

Nikita Dyskin nº 49541

**Índice:**

Introdução 3

Modelação 4

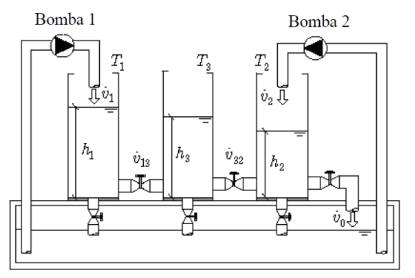
Modelação em espaço de estados 4

Estudo da controlabilidade e observabilidade 6

Diagrama de simulação do sistema 8

# **Introdução**

No âmbito da disciplina de *Sistemas de Controlo* desenvolveu-se o estudo e o projecto de um controlador de retroacção de variáveis de estado com efeito integral e um estimador de estados para um sistema de vasos comunicantes (Fig. 1), descrito no modelo de espaço de estados. O sistema é composto por 3 reservatórios, 2 electrobombas, 3 válvulas de regulação de caudal e 3 sensores de nível, tendo os tanques 1 e 2 um diâmetro interno de 40 cm e o tanque 3 de 50 cm.



*Figura -Representação esquemática dos três-tanques.*

Figura 1-Sistema de vasos comunicantes

As electrobombas em funcionamento nominal, desprezando o efeito transitório, apresentam uma relação entre os caudais volúmicos e e as tensões aplicadas aos terminais das respectivas electrobombas, e , descrita por:

Os caudais volúmicos entre tanques adjacentes e os respectivos caudais volúmicos de descarga são genericamente descritos por

(1)

onde,

# **2. Modelação**

## 2.1. Obtenção do modelo em espaço de estados

O modelo em espaços de estados foi obtido através da aplicação da equação do princípio da conservação da massa, dado por:

(2)

Sendo:

(3)

Considerando como variáveis de estado os níveis de líquido nos 3 tanques *(h1,h2,h3)***,** como entradas *(u1 e u2)* a tensão eléctrica, em Volt, aplicada a cada electrobomba e como saídas os níveis nos tanques *T1* e *T*2, determinou-se então a dinâmica dos tanques na forma de equações diferenciais e posteriormente a obtenção dos respectivos modelos descritos em espaço de estados.

Recorrendo às equações 1,2 e 3, temos:

Dinâmica do tanque 1:

Substituindo:

Vem que:

⇔ -

Dinâmica do tanque 2:

Seguindo o mesmo método de substituições para o tanque 2, obtém-se:

Dinâmica do tanque 3:

Repetindo o método, vem por fim:

Sendo as saídas do sistema, os níveis de líquido do tanque 1, do tanque 2 e o caudal volúmico de saída, temos:

𝑦1(𝑡) = ℎ1(𝑡)

𝑦2(𝑡) = ℎ2(𝑡)

𝑦3(𝑡) = (𝑡) = ℎ3(𝑡)

A dinâmica do sistema dada pelo conjunto de equações diferenciais pode ser escrita sob a forma de vectores e matrizes, resultando no modelo de estado que se segue. Que pode ser descrito de forma abreviada:

(4)

As equações anteriores, determinam o modelo de estado do sistema. Onde o vector x e as matrizes A,B e C são dadas por:

Sendo correspondentemente:

2.2 Estudo da controlabilidade e observabilidade

Para tornar possível o projecto de um controlador por retroacção de variáveis de estado com efeito integral e um estimador de estado, é necessário que o sistema goze as propriedades de controlabilidade e observabilidade. Para tal, procedesse ao estudo da característica das matrizes de controlabilidade e observabilidade.

Um par (A,B) é completamente controlável, se a característica da matriz de controlabilidade for igual à dimensão do sistema. A matriz S é obtida a partir da composição das matrizes A e B da seguinte forma:

(5)

Substituindo pelas matrizes do sistema, obtém-se:

Como , conclui-se que o sistema é completamente controlável.

O mesmos se aplica à matriz de observabilidade para que o par (A,C) seja completamente observável, que é obtida a partir de:

(6)

Substituindo pelas matrizes correspondentes, ficamos com:

À semelhança do caso anterior, a , pelo que o sistema é completamente observável.

Dado estes resultados, podemos prosseguir ao projecto do controlador por retroacção de estados e de estimadores de estados.

2.3 Diagrama de simulação do sistema

O diagrama de simulação feito em *Simulink* está representado na Fig. 2, da seguinte forma:

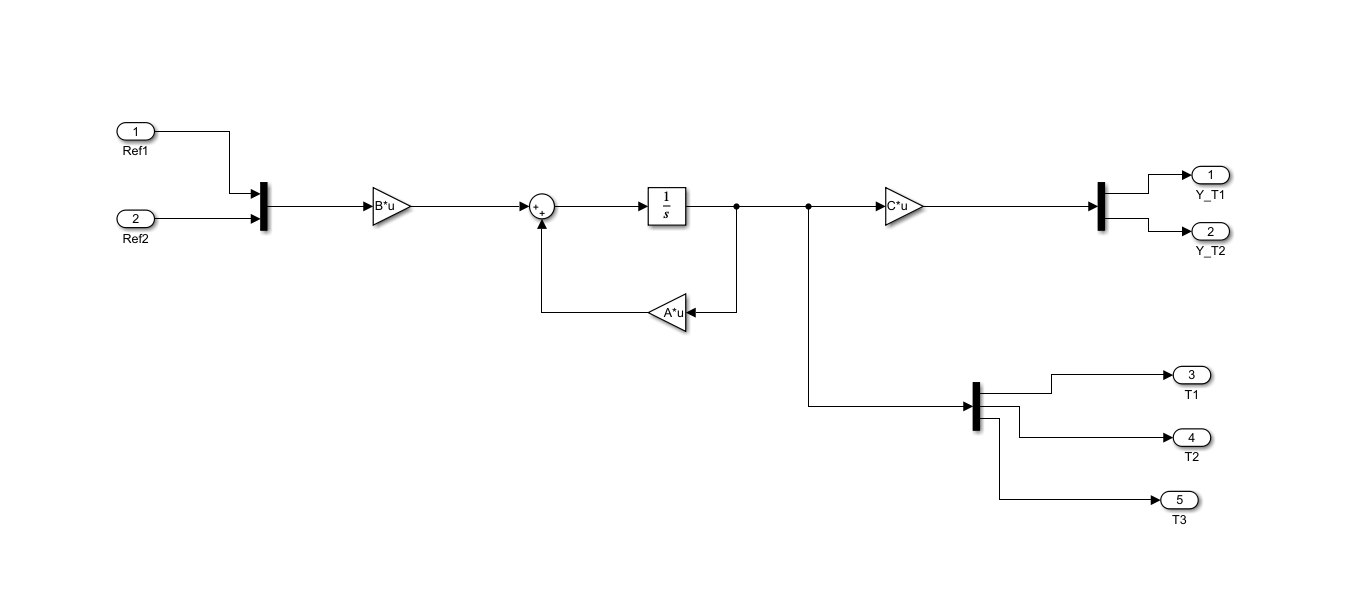


Figura 2-Diagrama de simulação do sistema em Simulink

Cuja sua resposta ao degrau unitário é:

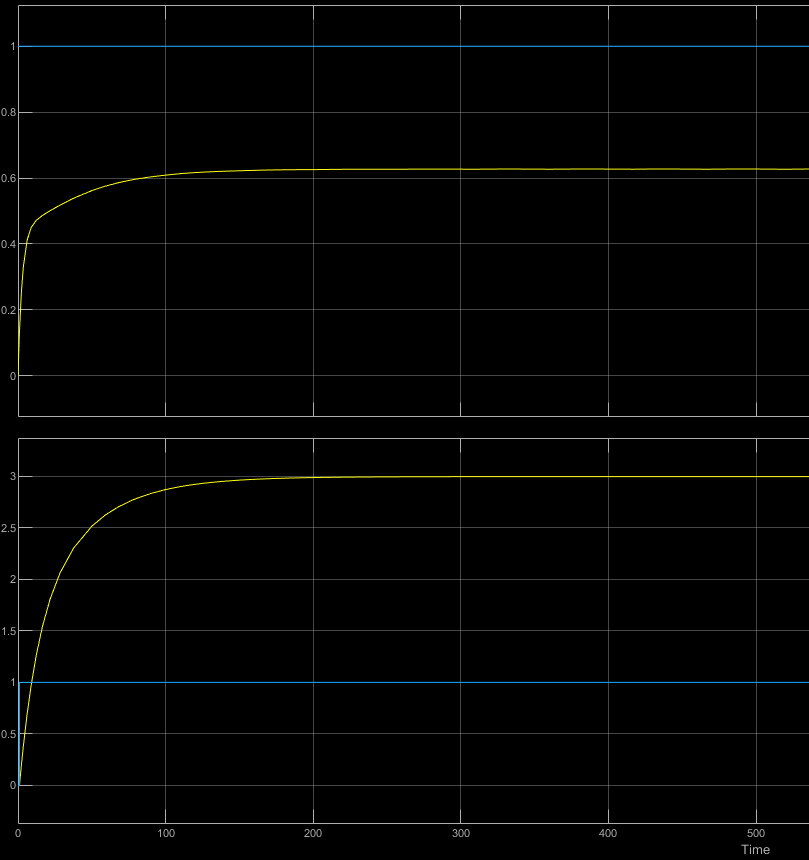


Figura 3- Resposta ao degrau unitário do sistema

Representado na parte superior a amarelo está a saída *T1* e a azul, a referência. Da mesma forma aparece a saída *T2* juntamente com a referência na parte inferior.

# **3.Projecto de controlador**

Neste capítulo, pretende-se projectar um controlador por retroacção de variáveis de estado, de modo a que o sistema apresente em anel fechado as seguintes condições de dimensionamento:

1. Variáveis controladas correspondentes ao nível nos tanques 1 e 2;
2. Erro estático nulo;
3. Tempo de estabelecimento a 1% igual a 220 s;
4. Sobreelevação igual a 1%.

Para que se consiga projectar um controlador por retroacção de estados, é necessário que todos os estados estejam acessíveis. Como nesta etapa são-nos dados todos os estados acessíveis, é possível aplicar a lei de controlo em que .

De maneira a que o sistema respeite as dinâmicas de dimensionamento, foi necessário condicionar o posicionamento dos polos dominantes. O tempo de estabelecimento determina a parte real dos polos complexos e pode ser calculado fazendo (para o caso do tempo de estabelecimento de 1%):

(7)

Substituindo , ficamos com *-0.0209*.

Para que a sobreelevação desejada em anel fechado seja cumprida